UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
Acreditación Institucional de Alta Calidad

TALLER DE CALCULO DIFERENCIAL-TODO LO REFERENTE A DERIVADAS Y APLICACIONES DE LA DERIVADA-NOVIEMBRE 2025-3

1. Se dispone de una lamina de cartón de base cuadrada de 10cm de lado. vamos a construir una caja sin tapa superior, donde se dispone cortar cuadrados iguales en cada esquina, de tal forma que se doblan los lados laterales. Hallar las dimensiones de los cuadrados cortados para que el volumen sea máximo.

a. $x = \frac{5}{3}$ cm
b. $x = \frac{25}{9}$ cm.
c. $x = 25$ cm.
d. $x = 5$ cm

2. Suponga que $g(3) = -1,\ g'(3) = 2$, $g''(3) = -3, h'(3) = 1, h(3) = 4$ $h''(3) = -5$,entonces el valor de $(g.h)''(3)$ nos da:

a. 12.
$b.\ 8.$
$c. -1.$
$d.\ -3$

3. Dada la función real de la forma: $g(x) = 8x^3 - 2x^4$
E$s\ correcto\ afirmar\ que$:

$a.$ Si g es decreciente en $(-\infty, 0)$, tiene un mínimo relativo en $(2,3)$ y es concava hacia abajo.

b. Si g es decreciente en $(3, +\infty)$, tiene un máximo relativo en $(3, 54)$ y es concava hacia abajo.

$c.$ Si g es creciente en $(2,3)$, tiene un mínimo relativo en $(3, 54)$ y es concava hacia arriba.

d. g es creciente en $(3, +\infty)$, tiene un maximo relativo en $(0,0)$ y es concava hacia arriba.

4. Dada la siguiente curva o superficie $4x^2 - x^2y + xy^2 - 2y^2 = 1$
La ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal en el punto $P(-2, \frac{3}{2})$ es:

a. $y = -\frac{215}{147}x + \frac{497}{393};\ y = \frac{147}{215}x - \frac{97}{42}.$
b. $y = -\frac{31}{64}x + \frac{17}{32};\ y = \frac{64}{31}x + \frac{349}{62}.$
c. $y = \frac{43}{11}x + \frac{27}{63};\ y = -\frac{11}{43}x + \frac{56}{13}$
d. $y = -\frac{59}{23}x + \frac{63}{45};\ y = \frac{23}{59}x + \frac{253}{321}$

5. Al calcular los valores de ay b para que la siguiente función:

$$h(x) = \begin{cases} 2x^2 - x - 1 & si \quad x \leq -1 \\ ax - b & si \ -1 < x < 0 \\ 3 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

sea continua en todo su dominio debe ser:

a. $a = 1\ \ y\ \ b = -3$
b. $a = -3\ \ y\ \ b = 1.$
c. $a = -1\ \ y\ \ b = 2$
d. $a = 2\ \ y\ \ b = 3$

6. El valor del limite $\lim_{x \to 0} (\cos(2x))^{\frac{3}{x^2}}$ es:

a. e^{-6}
b. 2.
c. e^{-3}.
d. 1

7. Respecto al evaluar el limite de $\lim_{x \to 0} \frac{\tan(2x)}{x + sen(x)}$ se puede concluir que:

a. El limite no existe y es igual a infinito.
b. El limite existe y es igual a 1
c. El limite existe y es igual a 2.
d. El limite existe y es igual a cero.

8. Calcular el volumen máximo de un cilindro circular recto que puede estar inscrito en un cono de 72cm de altura y 24 cm de radio en su base, de manera que los ejes del cilindro y el cono coincidan. El volumen del cilindro es:

a. V= 2315 $\pi\ cm^3$.

b. V= 6114 $\pi\ cm^3$.

c. V= 4125 πcm^3.

d. V= 3200 πcm^3.

9. Dada la siguiente función $h(x) = \frac{x^3-9}{x^3+x^2-20x}$

Considere las siguientes afirmaciones sobre su grafica:

I. Tiene exactamente tres asíntotas verticales $x = 0$, $x = 5$ "y" $x = -4$.

II. Tiene exactamente una asíntota horizontal $y = 3$

III. Tiene exactamente tres asíntotas verticales $x = 0$, $x = -5$ "y" $x = 4$.

IV. Tiene exactamente una asíntota oblicua 2x-3=0

V. Tiene una asíntota horizontal $y = 1$

De las anteriores afirmaciones se puede decir que:

a. III y IV son verdaderas
b. III y V son verdaderas.
c. II y I son verdaderas.
d. I, II y V son falsas

10. Sea la función $f(x) = \frac{x-2}{x}$ y otra función $g(x) = \sqrt{1-x^2}$, donde debes calcular el dominio de la función compuesta $(gof)(x)$ es:

a.$Dom(gof)(x) = (-\infty, -1) \cup (-2,\ 2)$;
b.$Dom(gof)(x) = [1\ , \infty)$
c. $Dom(gof)(x) = (-\infty, 0) \cup (1,\ \infty)$;
d. $Dom(gof)(x) = [-2\ , \infty)$

11.Dada la siguiente función

$$h(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 - 2x}{2x^2 + 7x + 3}$$

Considere las siguientes afirmaciones sobre su gráfica:

I. Tiene exactamente dos asíntota horizontal $y = 0$, "y" $y = 3$

II. Tiene exactamente una asíntota vertical $x = 2$, no posee asintota Horizontal.

III. Tiene exactamente una asíntota oblicua $y = x - 5$ y no tiene asíntota horizontal

IV. Tiene exactamente una asíntota vertical $x = -3$

De las anteriores afirmaciones, la respuesta correcta es:

A. II y IV son Falsas.
B. I y IV son Verdaderas.
C. I y III son falsas .
D. III y IV son Verdaderas

12. Se vierte agua en un depósito de un cilindro invertido , donde una cantidad de agua fluye a una tasa de $2\frac{m^3}{min}$ .Las dimensiones interior del cilindro es de 16 m de altura y 4m de radio. ¿Qué tan rápido sube el nivel del agua cuando está ha alcanzado 5m de profundidad?

a. $\frac{12}{5\pi}\frac{m}{min}$; b. $\frac{45}{13\pi}\frac{m}{min}$
c. $\frac{32}{25\pi}\frac{m}{min}$; d. $\frac{15}{7\pi}\frac{m}{min}$

13. Dada la función real de la forma:

$$g(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$$

E*s correcto afirmar que*:

$a.$ Si g es decreciente en $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ y cóncava hacia arriba,
$b.$ Si g es creciente en $(-\infty, -2)$, y es cóncava hacia arriba
c. Si g es decreciente en $\left(-2\ , \frac{1}{2}\right)$, y es cóncava hacia arriba.
d. Si g es creciente en $(3\ , +\infty)$,y es cóncava hacia abajo

14. Encontrar la recta tangente y la recta normal que toca la curva: $x^3y + xy^2 - xy = 16$ en el punto P(1,-4)
Debes emplear la derivada implícita $\frac{dy}{dx}$ para encontrar las rectas. Las que cumplen con estas condiciones es:

a. $y = -x + 5;\ \ y = x + 3$
b. $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2};\ \ y = -\frac{2}{3}x + 9$
c. $y = x - 5;\ y = -x - 3$
d. $y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2};\ \ y = \frac{2}{3}x - 4$

15. Se necesita construir un cilindro máximo, que se encuentra inscrito en un cono que tiene de altura 80 cm y de radio 20cm . ¿Cuanto debe ser la distancia de la altura para obtener un volumen máximo?

a. $\frac{35}{2}cm$; b. $\frac{40}{7}cm$
c. $24cm$; d. $\frac{80}{3}cm$

16. Respecto al evaluar el limite de $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{3x^3 Csc(x)}$ se puede concluir que:

a. El limite no existe y es igual a ∞.
b. El limite existe y es igual a 1/3.
c. El limite existe y es igual a -2
d. El limite existe y es igual a 1/6.

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
Acreditación Institucional de Alta Calidad

TALLER DE CALCULO DIFERENCIAL-TODO LO REFERENTE A DERIVADAS Y APLICACIONES DE LA DERIVADA-NOVIEMBRE 2025-3

17. Unas de las formas mas exigentes cuando el angulo es una función racional Cuando aplicas la derivada de la siguiente función trigonométrica inversa,
$g(x) = Arc\ tan\left(\frac{x}{x+1}\right)$, $g'^{(1)}$. Obtienes como resultado:

$a.\ -1$

$b.\ \frac{-3}{2}$

c . 2

$d.\ \frac{2}{5}$

18. Se necesita construir un cilindro máximo, que se encuentra inscrito en un cono que tiene de altura 80 cm y de radio 20cm . ¿Cuanto debe ser la distancia de la altura para obtener un volumen máximo?

a. $\frac{35}{2}cm$; b. $\frac{80}{3}cm$

c. $24cm;$ d. $\frac{40}{7}cm$

19.Al calcular los valores de a y b para que la siguiente función:

$$h(x) = \begin{cases} x^2 & si \quad x \leq -4 \\ 4ax + 8b & si\ -4 < x < 1 \\ 6x - 3 & si \quad x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua en todo su dominio debe ser:

e. $a = 4 \ \ y \ \ b = -1$

f. $a = -\frac{13}{20} \ \ y \ \ b = \frac{7}{10}$

g. $a = -8 \ \ y \ \ b = -\frac{5}{4}$

h. $a = 3 \ \ y \ \ b = -\frac{1}{4}$

20.El valor del limite $\lim_{x\to\infty}(1 + 2x^3)^{\frac{1}{4+\ln(x)}}$ es:

e. e^{-2}

f. $0.$

g. $e^3.$

h. 1

21. Cuando realizas la derivada de esta expresión logarítmica ;

$g(x) = log\left(\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}\right)$ la derivada de primer orden es:

a. $g'(x) = \frac{1}{\ln 10\ (x^2-1)}$

b. $g'(x) = \frac{x}{2\ln 10\ x\ (x-1)}$

c. $g'(x) = \frac{x-1}{2\,x^2\ln 2\ (x+1)}$

d. $g'(x) = \frac{1-x}{\ln 10\ \ x\ (x^2-1)}$

22. La funcion valor absoluto , de la forma:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|x-4|}{x-2} & si\ x < 2 \\ \frac{-|x-6|}{x-2} & si\ x > 2 \end{cases}$$

Si evaluas la función en el $\lim_{x\to 2} g(x)$ es:

a. El limite no existe .
b. El limite existe y es igual a -1
c. El limite existe y es igual a ∞.
d. El limite es igual -.∞

23. Ahora vamos estudiar las funciones exponenciales, de la forma:

$r(x) = 4^{x^2-4} + 2$ encontrar la función inversa

a. $r^{-1}(x) = \frac{\sqrt{\log_4(x+1)+4}}{3^{3x}-1}$

b. $r^{-1}(x) = \sqrt{\log_4(x-4)+2}$

c. $r^{-1}(x) = \sqrt{\log_4(x+4)-1}$

d. $r^{-1}(x) = \sqrt{\log_4(x-2)+4}$

24.Una forma de evaluar el limite al infinito de la forma $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+4x}-2x}{\sqrt{x^2-4}}$

Una afirmación es verdadera:

a. El limite existe y es igual a ∞.
b. El limite existe y es igual a 1
c. El limite existe y es igual a -1.
d. El limite no existe

25. ¿Cuáles deberán ser las dimensiones de una caja en forma de paralelépipedo rectangular de base rectangular, donde el ancho es el doble del largo. cuyo volumen es de 216 m3, si se requiere que el costo de construcción sea mínimo? El material que se usa para las dos tapas cuadradas tiene un costo de 8000 pesos por metro cuadrado y el de los lados laterales rectangulares 9000 pesos y el de los lados

frontales y posterior 7000 pesos .Cual es el costo mínimo.

$a.\ x = \frac{\sqrt[4]{6220}}{4}\ m$

b. $x = \sqrt[3]{\frac{4200}{8}}\ m$

c. $x = \frac{\sqrt[3]{675}}{2}$

d. $x = \sqrt[3]{\frac{8972}{3}}\ m$

ESTUDIAR LAS DERIVADAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS Y DERIVADAS DE LAS FUNCIONES INVERSAS MATERIAL HAY EN INTERNET.LIMITES DE FUNCIONES TRIGONOMETRICAS INVERSDAS. CONSULTAR ESO.